

2018年天津河西区文科高三一模数学试卷

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. 设集合 $M = \{x | x^2 + 3x + 2 > 0\}$, 集合 $N = \left\{x \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4\right.\right\}$, 则 $M \cup N = ()$.

- A. $\{x | x \geq -2\}$ B. $\{x | x > -1\}$ C. $\{x | x \leq -2\}$ D. $\mathbf{R}$

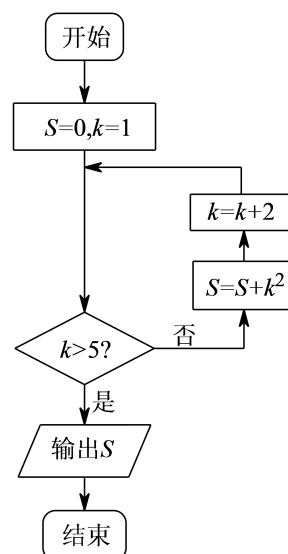
2. 命题 p : “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$ ” 的否定是 ().

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2x_0 + 1 \leq 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2x_0 + 1 > 0$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2x_0 + 1 < 0$

3. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 3 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最小值是 ().

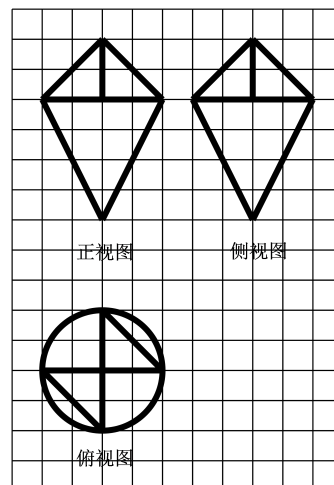
- A. -3 B. 0 C. -1 D. 3

4. 如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的 S 值为 ().



- A. 84 B. 35 C. 26 D. 10

5. 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为 () .



- A. $\frac{4}{3}(2+3\pi)$ B. $\frac{4}{3}(2+\pi)$ C. $\frac{8}{3}(1+2\pi)$ D. $\frac{8}{3}(1+\pi)$

6. 已知三个实数2, m , 8构成一个等比数列, 则圆锥曲线 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的离心率为 () .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

7. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 若对于任意的不等实数 x_1, x_2 , 满足: $x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) < x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1)$, 则不等式

$$f(2^{x-1}) + f\left(-\frac{1}{2}\right) < 0 \text{ 的解集为 () .}$$

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

8. 已知向量 $\vec{a} = (\sin \omega x, \cos \omega x)$, $\vec{b} = (1, -1)$, 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$, 且 $\omega > \frac{1}{2}$, $x \in \mathbf{R}$, 若 $f(x)$ 的任何一条对称轴与 x 轴交点的横坐标都不属于区间 $(3\pi, 4\pi)$, 则 ω 的取值范围是 () .

- A. $\left[\frac{7}{12}, \frac{15}{16}\right] \cup \left[\frac{13}{12}, \frac{19}{16}\right]$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{16}\right] \cup \left[\frac{11}{12}, \frac{15}{16}\right]$
C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{12}\right] \cup \left[\frac{11}{12}, \frac{15}{16}\right]$ D. $\left[\frac{7}{12}, \frac{11}{16}\right] \cup \left[\frac{11}{12}, \frac{15}{16}\right]$

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题5分, 共30分)

9. 设复数 z_1, z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称, 若 $z_1 = 2 + i$, i 是虚数单位, $\frac{z_2}{z_1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 x, y 均为正实数, 且 $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 则 xy 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 设函数 $f(x) = 2 \ln x - x$ 的图像在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线为 l , 且 l 过抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点, 则 $x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若 A 为圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 上的动点, B 为圆 $C_2: (x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$ 上的动点, 则线段 AB 长度的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $\vec{BD} = 2\vec{DA}$, $\vec{AE} = 3\vec{BE}$, 则 $\vec{CD} \cdot \vec{CA} + \vec{CE} \cdot \vec{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln(x+1)|, & x \in (-1, e-1) \\ \frac{e-1}{x}, & x \in [e-1, +\infty) \end{cases}$ (其中 e 为自然对数的底数), 若关于 x 的方程 $f^2(x) - \frac{1}{2}mf(x) + m - 3 = 0$ 恰好有4个不相等的实根, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $\frac{2a}{\cos A} = \frac{3c - 2b}{\cos B}$.

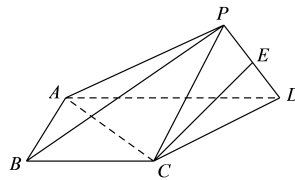
- (1) 若 $b = \sqrt{5} \sin B$ ，求 a .
(2) 若 $a = \sqrt{6}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，求 $b + c$.

16. 城市公交车的数量太多容易造成资源的浪费，太少又难以满足乘客的需求，为此，某城市公交公司在某站台的60名候车的乘客中随机抽取15人，将他们的候车时间作为样本分成5组，如下表表示：

组别	一	二	三	四	五
候车时间 (分钟)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)
人数	2	6	4	2	1

- (1) 估计这15名乘客的平均候车时间.
(2) 估计这60名乘客中候车时间少于10分钟的人数.
(3) 若从上表第三、四组的6人中选2人作进一步的问卷调查，写出所有可能的抽取结果，并求抽到的2人恰好来自不同组的概率.

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = BC = PC = PD = 1$, $AD = 2$, $\angle APD = 90^\circ$, E 为 PD 的中点.



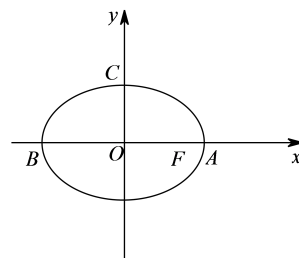
- (1) 求证: $CE \parallel$ 平面 PAB .
- (2) 求证: $AC \perp$ 平面 PCD .
- (3) 求 CD 与平面 APD 所成角的正弦值.

18. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_{n+1}^2 = 2S_n + n + 4$, $a_2 = 1$, a_3, a_7 恰为等比数列 $\{b_n\}$ 的前3项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $c_n = \frac{a_{n+1}}{a_{n-1} \cdot a_n} \cdot \frac{1}{b_n}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

19. 如图, A, B, C 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的顶点, 点 $F(c, 0)$ 为椭圆的右焦点, 原点 O 到直线 CF 的距离为 $\frac{1}{2}c$, 且椭圆过点 $(2\sqrt{3}, 1)$.



(1) 求椭圆的方程.

(2) 若 P 是椭圆上除顶点外任意一点, 直线 CP 交 x 轴于点 E , 直线 BC 与 AP 相交于点 D , 连接 DE . 设直线 AP 的斜率为 k , 直线 DE 的斜率为 k_1 , 问是否存在实数 λ , 使得 $\lambda k_1 = k + \frac{1}{2}$ 成立? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 说明理由.

20. 已知函数 $f(x) = (ax^2 + x - 1)e^x + f'(0)$.

(1) 求 $f'(0)$ 的值.

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(3) 若 $g(x) = e^{-x}f(x) + \ln x$, $h(x) = e^x$, 过点 $O(0, 0)$ 分别作曲线 $y = g(x)$ 与 $y = h(x)$ 的切线 l_1 、 l_2 , 且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称, 求证:

$$-\frac{(e+1)^3}{2e^2} < a < -\frac{e+2}{2}.$$